



Philippe Colliard
www.colliard.fr/philippe

Les maths comme je les aime /10

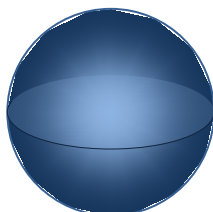


Nous avons tou(te)s besoin d'espace !

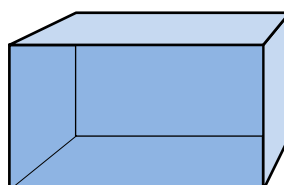
Ceci n'est **pas**
un cône...



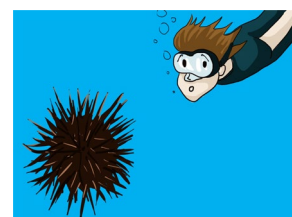
ceci n'est **pas**
une sphère...



ceci n'est pas **une**
boîte...



ceci n'est
ni un oursin,
ni un plongeur...



Bon, je... (air embarrassé) je n'ai pas été très honnête : dans les épisodes précédents j'ai « inventé » l'objet ponctuel puis grâce à lui j'ai pu faire apparaître les premiers éléments de la géométrie : le point, la ligne, la surface (et ensuite, en m'appuyant sur eux, les nombres – tout au moins jusqu'aux nombres rationnels) !

Mais cette géométrie, je l'ai arrêtée, je l'ai *cantonée* au plan, et ça ce n'est **pas** bien !

Pourquoi ? Parce que nous ne sommes pas des animaux tout plats, rampant parmi les points d'un plan ; parce que nous sommes équipés d'origine d'un système optique stéréo conçu pour fonctionner dans l'espace ; parce que le contraindre à n'observer l'espace qu'à travers des projections planes (dessins, photos, vidéos...) ce n'est pas bien !

– *Mais pourquoi ce ne serait pas bien ? Avec tous les logiciels 3D qu'on a maintenant ?*

Euh, parce que ce ne sont PAS des logiciels 3D, justement, ce sont des logiciels **de simulation** 3D ! Ils trichent avec vos yeux... ou plutôt ils trichent avec votre cerveau, ils lui demandent d'interpréter les informations que vos yeux lui envoient comme du 3D. De *déformer* ces informations parce qu'à la base votre cerveau sait très bien que ce n'est pas du 3D : en 3D vos deux yeux ne verraient pas la même chose !

– *D'accord, mais si ces logiciels nous aident à travailler sur des objets 3D, qu'est-ce que ça peut faire ?*

Bon, d'abord je ne suis pas très sûr qu'ils vous aident à former votre regard, mais ça, c'est une autre histoire. Mais surtout ils ne vous aident pas à *manipuler* des objets dans votre univers (celui qui n'est *pas* plan) ! À vous approprier ces objets – éventuellement en les cassant 😊 !

Vous voulez bien qu'on travaille sur un exemple ?

C'est parti (oups, vous allez encore m'en vouloir, je n'ai pas attendu votre réponse. Trop tard) :

ceci est un œuf (dur), d'accord ?

– *euh, oui, d'accord ?*

Eh bien non, pas d'accord : un œuf n'est **pas** tout plat donc **ça ne peut pas** être un œuf !

(Oui, bon, je l'attendais : et les œufs sur le plat ? Un peu facile, non ?)



Alors je reformule la question : ceci est une photo, elle *représente* un œuf (dur), d'accord ?

Et comme maintenant vous vous méfiez, je vais commencer la réponse pour vous :

je n'en sais rien, c'est peut-être un morceau de plâtre, ou une poignée de porte en bois peint, ou plein d'autres choses !

Mais admettons que la photo soit vraiment celle d'un œuf. Comment savez-vous s'il est dur ?

– J'ai lu un truc quelque part, là-dessus, il suffit de le faire tourner sur lui-même, s'il tourne vite, il est dur.

Oui, c'est vrai ! Et vous croyez que si vous faites tourner la photo ça marche aussi ?

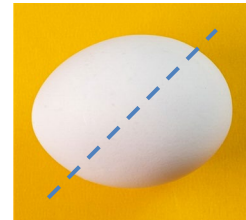
(Haussement d'épaules discrètement énervé)

– euh, non, pas vraiment !

Vous voyez ? Maintenant, regardez cet œuf comme un objet géométrique.

Vous voulez le couper en deux suivant la ligne en pointillés.

À quoi va ressembler le contour du demi-œuf ?



– Justement ! Ça, je peux demander à un logiciel 3D de le faire pour moi !

Oui bien sûr... APRÈS lui avoir demandé d'intégrer cette photo dans sa banque de données et de l'interpréter comme un œuf ! Là, ce n'est plus un logiciel 3D, c'est de l'intelligence artificielle 😊

Et comment savez-vous que cette intelligence artificielle ne se trompe pas... ou ne vous trompe pas ?

– Quand même ! Parce qu'elle est conçue par des gens qui savent ce qu'ils font !

Ça évidemment je l'espère ! Mais ils *peuvent* se tromper, non ? Ou... avoir intérêt à vous tromper ?

– Mais si on ne peut plus faire confiance à personne, alors d'après vous qu'est-ce qu'on fait ?

Il y a plein de situations où, c'est vrai, on n'a pas trop le choix, on fait confiance. Mais là, vous ne croyez pas que c'est aussi simple de prendre un couteau, l'œuf et de le trancher ? En plus comme ça vous saurez s'il est vraiment dur 😊 !

– Où vous voulez en venir, là ? À remplacer les logiciels 3D par des œufs durs ? Vous voulez nous ramener à avant les ordinateurs ?

Pas vraiment, non ! Et puis vous le savez – ou pas ? – il y a longtemps j'ai conçu le cœur d'un logiciel de CAO-DAO (un concurrent d'AutoCAD) donc je serais plutôt mal placé pour vouloir ça !

Je pense juste que tous les « solides » géométriques sur lesquels on travaille dans le secondaire, ce ne serait pas une si mauvaise idée que ça d'en distribuer des exemplaires en pâte à modeler à chacun des élèves et de les laisser les manipuler, les retourner, les trancher (sans risquer de se couvrir de jaune d'œuf) AVANT d'en observer des représentations planes. De les laisser commencer à se les approprier AVANT de demander à leurs cerveaux de tricher avec les informations qu'ils reçoivent !

Le sens des mots :

Dans le paragraphe précédent j'ai écrit « solides »... entre guillemets : dès qu'on sort du plan un même mot peut avoir des sens différents, en fonction du contexte. Et tout particulièrement « solides », « espace » et... « bouger » !

« solide »... ou solide ?

Au sens de la physique, un solide est un bloc de matière limité par une surface. Mais la matière physique est formée d'atomes et un atome, vu au microscope (un microscope très puissant), ça ressemble à notre système solaire : plein de « vide » et de temps en temps un petit morceau de matière ! Donc, un solide physique n'occupe en réalité qu'une toute petite partie des points de l'espace limité par sa surface.



Et un solide au sens mathématique, alors ?

Personne ne peut construire de "vrais solides mathématiques", pas plus qu'il n'est possible de dessiner un point où une ligne. Nous sommes bien trop imparfaits pour ça. Dans un « vrai solide mathématique », la matière occuperait tous les points enfermés par la surface... et la surface serait une vraie surface, pas un morceau de gruyère. Alors, comme pour les points, les lignes, les surfaces, tout ce que nous pouvons faire, c'est - oui, vous l'avez deviné - **imaginer** des solides « parfaits ». À partir de solides qui ne le sont pas !

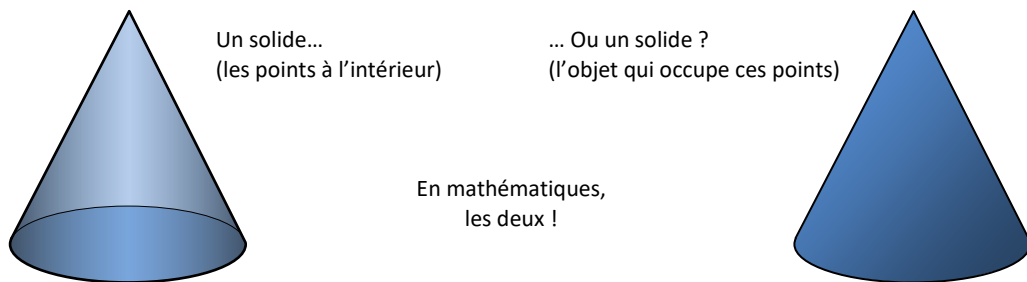
(D'ailleurs, un « vrai solide mathématique » serait infiniment lourd, puisqu'il occuperait une infinité de points et que la matière contenue dans chacun de ces points pèserait quelque chose... pas grand chose, peut-être, mais une infinité de fois pas grand-chose, ça fait encore trop ! Et pour les mêmes raisons, tous les atomes de l'univers ne suffiraient pas à créer même un tout petit « vrai solide mathématique »)

Alors un solide mathématique est imaginaire... et même doublement imaginaire. C'est au choix :

– un endroit : l'ensemble des points enfermés dans un espace limité par une surface « étanche » - c'est-à-dire qui sépare tout l'espace en trois parties : l'espace extérieur (d'un côté de cette surface), la surface elle-même, l'espace intérieur (de l'autre côté de cette surface). Et non, « étanche » n'est pas un mot du vocabulaire mathématique !

– ou un objet qui occuperait tous ces points (un petit rappel, peut-être ? Un endroit est... là où il est, on ne peut pas le déplacer. Mais un objet, on peut !)

Oui, en mathématique, « solide » représente **à la fois** un objet et l'espace occupé par cet objet ! Ça dépend du contexte. C'est un peu bizarre, d'accord... mais on s'y fait très bien :



« espace 3D », ou « Espace » ?

Pour un mathématicien « espace 3D » (« e » minuscule) évoque immédiatement un espace vectoriel de dimension 3. Et pour un physicien « l'Espace » (« e » majuscule) c'est notre univers avec tout ce qu'il y a dedans, avec ses lois – et ses dimensions... il y en a plus de 3 !

L'espace 3D n'est qu'une simulation hyper-simplifiée – mais tout de même moins que les projections planes – de l'espace physique (l'Espace 😊), celui dans lequel nous vivons pour de bon. Et auquel sont adaptés nos sens.

Et ça change des tonnes de choses... y compris le sens des mots :

Bouger ou ne pas bouger ?

Je suis à quelques mètres devant vous. Je m'arrête, je fais une marque sur le sol, je me place dessus. Fermez les yeux 10 secondes, je reste sur place. Lorsque vous rouvrez les yeux, je vous demande si j'ai bougé :

vous me regardez avec une sollicitude inquiète, vous essayez désespérément de rester serein(e) mais votre « non, vous n'avez pas bougé » est quelque peu crispé et vous reculez discrètement... peut-être suis-je dangereux ?

Et pourtant ma question n'est pas aussi absurde qu'elle le paraît, tout dépend du cadre !

Dans le cadre d'un référentiel 3D (espace spatial) :

si ce référentiel suffisamment local, par exemple la Terre (à condition d'être sur la terre ferme), si je ne me déplace pas je ne bouge effectivement pas.

Mais si le référentiel s'élargit (n'a plus son origine sur Terre) je bouge dans l'espace même sans « me déplacer » : rien que par rapport à notre système solaire, en 10 secondes, accroché à la Terre, j'ai pivoté d'environ 70 km autour de son axe de rotation (j'habite en France, près d'Amiens) et progressé d'environ 300 km le long de son orbite !

Dans le cadre de l'Espace :

il y a plus de 3 dimensions en jeu : quel que soit le référentiel que j'utilise, il sera spatio-temporel.

Alors même si je ne bougeais pas dans l'espace (ce qui est déjà aberrant, dans notre univers TOUT bouge tout le temps) **je bouge dans le temps** : le moi où je suis maintenant n'est plus le même que celui où j'étais il y a quelques secondes, il n'est plus au même endroit « spatio-temporel ».

Comment ça, qu'est-ce que ça change ? Ça peut changer plein de choses : le moi de maintenant est un peu plus vieux, son organisme évolue, s'il a une maladie elle s'est développée – ou peut-être au contraire s'est-elle éloignée ?

Et puis en 10 secondes il peut se passer BEAUCOUP de choses !

Malheureusement notre sens temporel n'est pas aussi développé que nos 5 sens traditionnels... ce qui ne veut pas dire qu'il n'existe pas, au moins à l'état embryonnaire. Il est en tout cas suffisamment présent pour que nous trouvions banal de confondre dans certaines expressions espace et temps :

Le train arrive à Paris
Le train arrive à 13h28

Plus on avance sur ce chemin...
Plus on avance en âge...

À moins de cinq minutes de chez moi...
À moins de 300 m de chez moi...

Fin de l'épisode (sur écran **et** dans le temps) 😊

À venir (?) : Des transformations dans l'espace (3D)... et leurs restrictions planes.



et



: [mes livres sont disponibles à la](#) **fnac**

J'essaie de partager :
en cliquant sur les couvertures vous accédez
(entre autres) à de nombreux extraits !
Et non, il n'y a aucun piège commercial, aucune
demande de renseignements...

... si toutefois vous voulez
acheter un de ces livres,
cliquez sur le logo Fnac !